

# L'enseignement des nombres décimaux : « Les entiers ne suffisent plus »

Mercredi 23 mars 2011  
Saint Etienne

[briandjoel@free.fr](mailto:briandjoel@free.fr)



Laboratoire LACES

Équipe DAESL Université Bordeaux 2.

# Plan

- Introduction : « Qu'est-ce que faire des mathématiques ? »

- **Partie 1**

- C'est quoi un nombre ?
- Un peu d'histoire
- Notion d'obstacle

- **Partie 2**

- Pour une culture de la droite numérique

- **Partie 3**

- Comment introduire ces nouveaux nombres?

**En guise d'introduction**

# Du problème à la situation

**Un exemple :**

**L'introduction de la somme de deux décimaux**

*Antécédents : Les écritures à virgule ont été introduites à partir des fractions décimales*

**Un énoncé au tableau :**

*« Pour construire une grande frise chronologique, des enfants mettent bout à bout deux bandes de carton. La première mesure 1,7m et la seconde mesure 0,85m.*

*Quelle est la longueur de la bande ainsi obtenue ? »*

**Trois scénarios...**

- **Scénario 1** : Lecture de l'énoncé. Travail individuel ou par groupes. Ecriture des démarches sur une grande feuille qui sera affichée éventuellement au tableau. Synthèse collective.
- **Scénario 2** : Par groupe : deux baguettes : 1,7m et 0,85m. Consigne : « Je vous demande de trouver la longueur de la baguette obtenue en mettant ces deux baguettes bout à bout ». Les élèves disposent de mètres. Ils mesurent et trouvent la longueur totale. Synthèse collective.
- **Scénario 3** : (dans la classe, deux baguettes visibles : 1,7m et 0,85m). : Consigne : « Prévoyez par le calcul la longueur de la baguette obtenue lorsque l'on mettra ces deux bout à bout ».

Petite remarque :

Longueurs des bandes : 1,7 m et 0,85 m.

Réponses envisageables dans le scénario 2 ?

1,155

11,55

1,92

1,02

et aussi, on l'espère : 2,55

Que serait-il arrivé si on avait choisi pour les longueurs des bandes 1,5 m et 0,4 m ???

.... *de l'existence des variables didactiques !!!!*

## Le moment de vérification



# Alors, qu'est-ce que faire des mathématiques ?

- Mathématiser c'est construire un modèle (produit par un langage : i.e. « moyen d'objectiver et de développer la pensée. » ) en vue d'exercer un contrôle sur un milieu (souvent matériel en début de scolarité). Donc :
- L'existence d'un milieu matériel n'implique pas la réduction de l'activité associée à une simple manipulation
- prévoir  $\neq$  illustrer.
- Le travail du professeur consiste à rendre compatible cette activité intellectuelle formatrice (faire des mathématiques) avec l'acquisition des savoirs des programmes de l'école (apprendre des mathématiques).



# situation d'apprentissage par adaptation... ou non...

- Voici les travaux d'élèves d'une classe de CM1 :

Aurélien. C

$$\begin{array}{r} 178 \quad 7,8 \quad 7,8 \\ + 965 \quad + 9,65 \quad + 9,65 \\ \hline 1043 \quad 17,45 \quad 16,73 \end{array}$$

Tobien 78

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 78 \\ \hline 1,043 \end{array}$$

Véronique

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 7 \\ \hline 73 \end{array}$$

16 16,73m

Virginie

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 7,8 \\ \hline 1,043 \end{array}$$

Gwendall

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 7,8 \\ \hline 1,043 \end{array}$$

Marc Antoine

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 7,8 \\ \hline 16,73 \end{array}$$

Nicolas

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 7,8 \\ \hline 1043 \end{array}$$

aurélien

$$\begin{array}{r} 9,65 \\ + 7,8 \\ \hline 16,73 \end{array}$$

MURIELLE

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ + 9,65 \\ \hline 9,773 \end{array}$$

Claude

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ + 9,65 \\ \hline 16,73 \end{array}$$

Christophe

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ + 9,65 \\ \hline 17,45 \end{array}$$

Mathieu

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ + 9,65 \\ \hline 9,773 \end{array}$$

Lylvie

$$\begin{array}{r} 7,8 \\ + 9,65 \\ \hline 1943 \end{array}$$

Emilie M.

$$\begin{array}{r} 7,800 \\ + 9,650 \\ \hline 17,450 \end{array}$$

→ 17,45 m de tissu.

# **PARTIE 1**

**C'est quoi un nombre ?**

## Quelques réponses ou questions déjà entendues...

7 est un nombre,  
0,5 est un nombre

Un nombre est  
composé de un  
ou plusieurs  
chiffres

Un nombre  
caractérise  
une quantité

Les nombres  
servent à  
compter

0 est-il un  
nombre?  
Et  $\pi$ ?  
Et  $3+4$ ?

Les nombres  
servent à donner  
le résultat d'une  
mesure

Les nombres  
sont partout

Et  $\frac{7}{3}$  ?

- Des réponses en termes de « désignation »
- Des réponses en termes de « fonctions »
  - Mais de grandes difficultés à en donner une « définition »
  - Existence de définitions mathématiques  
(abstraites et liées à la théorie de référence)

## **Les nombres sont**

- des outils qui donnent un formidable pouvoir sur « le monde »
- des objets d'étude.

# Les fonctions du nombre

## ● Le nombre « mémoire »

- d'une quantité en la dénombrant
- d'une grandeur en la mesurant
- d'une position en la repérant
- d'un objet ou d'une personne en (le) la numérotant

## ● Le nombre pour comparer

- des quantités
- des grandeurs

## ● Le nombre pour calculer

dans des situations de prévisions ou d'anticipation

# Les nombres liés aux problèmes posés

- Dans les entiers (N)  $a+b = ?$  toujours possible
- Résoudre des problèmes de type  $a \times ? = b$  il faut Q
- Résoudre des problèmes de type  $a-b = ?$  il faut Z,
- Résoudre des problèmes de type  $? \times ? = a$  il faut R ou C
- Et les décimaux ? A part...C'est un ensemble de nombres qui nécessite une règle d'écriture (groupements pas dix) pour qu'il soit défini.

# Intérêt des nombres décimaux

- Approcher d'aussi près que l'on souhaite tout nombre réel
- Exprimer la mesure de grandeurs continues avec l'approximation voulue
- Prolonger sans coût les règles algorithmiques de calcul de notre numération décimale écrite des nombres entiers.

# Des p'tits trous, encore des p'tits trous...

- Avec les décimaux et les fractions on doit couvrir toute la droite numérique ??
- Eh ! non....



- Les Pythagoriciens montrent que  $\sqrt{2}$  n'est pas une fraction... mais 1,414 suffit dans les activités humaines traditionnelles.





**Il y a donc toutes sortes de nombres !**

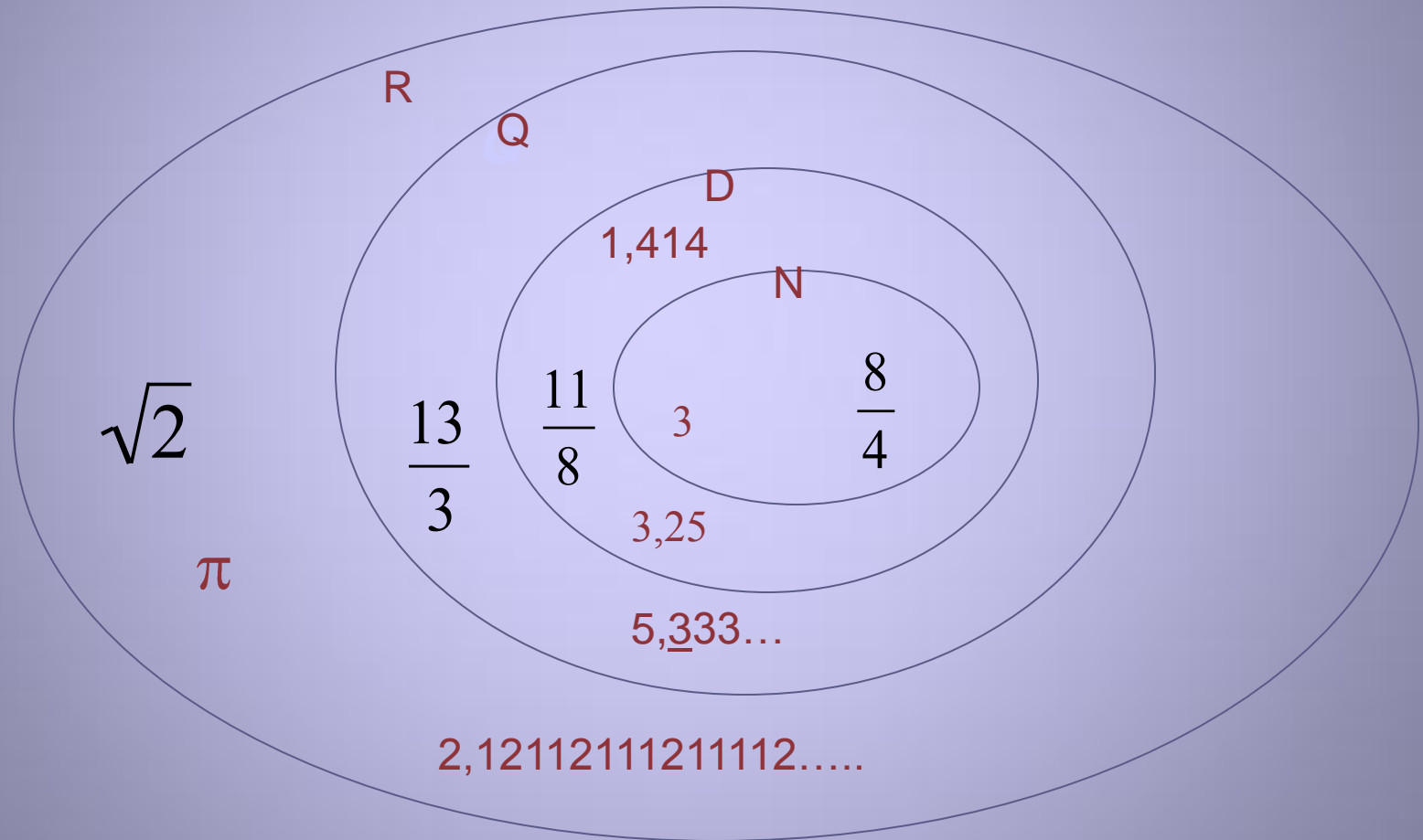
### ● **Trois petits problèmes**

Avec 13 billes, 4 lots, combien de billes par lot?

Avec une bande de 13 cm, 4 morceaux de même longueur, quelle longueur pour chaque morceau?

Avec une bande de 13 cm, 3 morceaux de même longueur, quelle longueur pour chaque morceau?

# Des ensembles « emboîtés » de nombres



**Mais un schéma qui peut donner une conception fausse de l'organisation des nombres.**

# A propos des notations...

Notre dame de la Garde à  
Marseille...

Un manuel de mathématiques CM au  
Mexique

## Quelques chiffres impressionnants :

Altitude de la colline	147,85 m
Hauteur des remparts	13,15 m
Hauteur de la Tour	33,80 m
Hauteur du piédestal de la statue	12,50 m
Hauteur de la statue monumentale	9,72 m
Poids de la statue	9,796 kg
Tour du poignet de l'enfant Jésus	1,10 m
Poids du Bourdon	8,234 kg
Hauteur du Bourdon	2,50 m
Poids du battant	387 kg

Ampliar el conocimiento sobre los decimales

## Las apariencias engañan

**1. En esta lección ampliarás tus conocimientos sobre los decimales. Pon mucha atención porque, a veces, las apariencias engañan.**

• Ana dijo: Mi cinta de medir tiene 2.30 metros de largo.

Paula dijo: **La mía es más grande, ¡tiene 200 centímetros y 300 milímetros!**

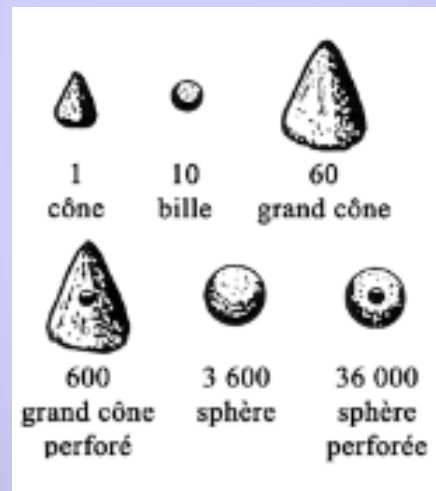
¿Es cierto lo que dijo Paula? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? Discútelo con tus compañeros. Luego anota la conclusión que obtuviste con base en la discusión.

Las siguientes son las medidas de cuatro listones que Paula cortó. Ordénalas empezando por la menor: 5.25 m, 5.19 m, 5.3 m, 5.1740 m.

# Un peu d'histoire

Les nombres entiers sont présents dans toutes les civilisations avec des codages très variés

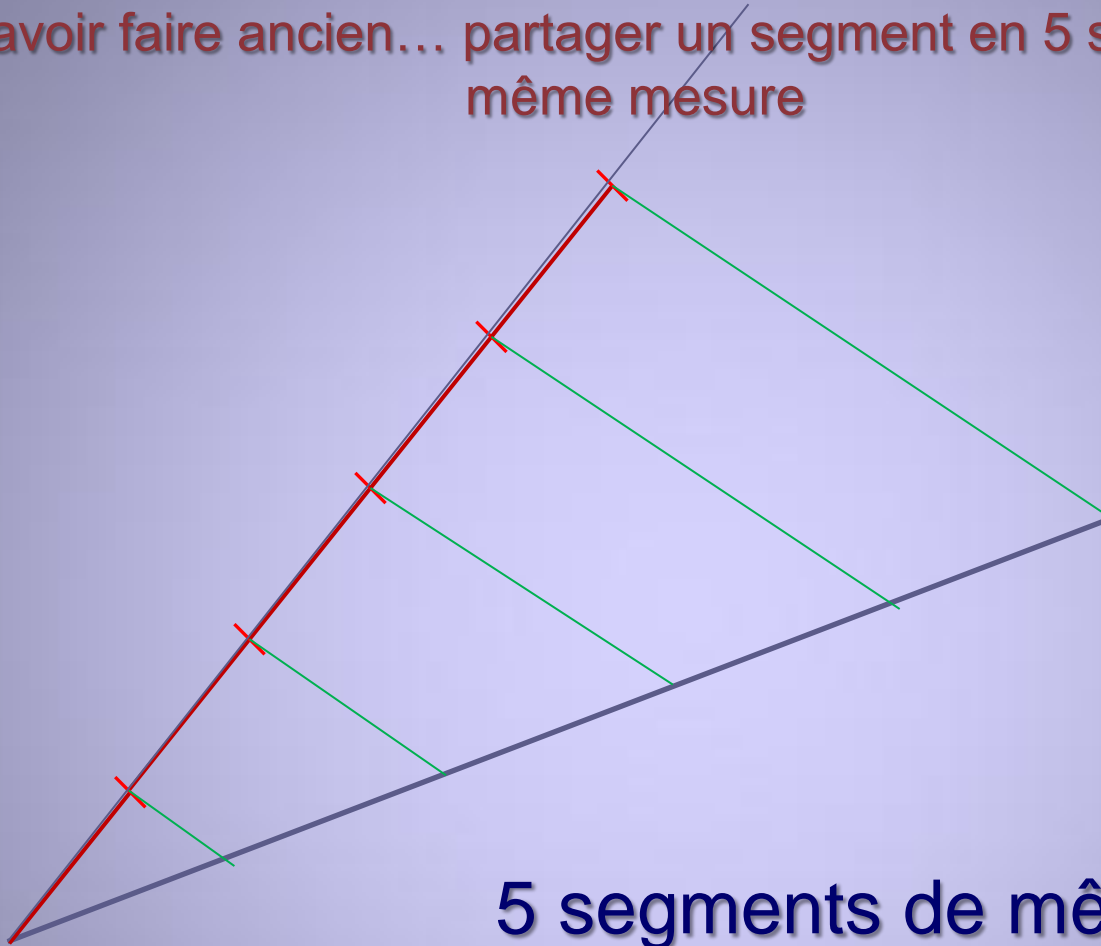
## En Mésopotamie (-3800)



$$2 \times 600 + 1 \times 60 + 3 \times 10 + 2 \times 1 = 1\,200 + 60 + 30 + 2 = 1\,292$$

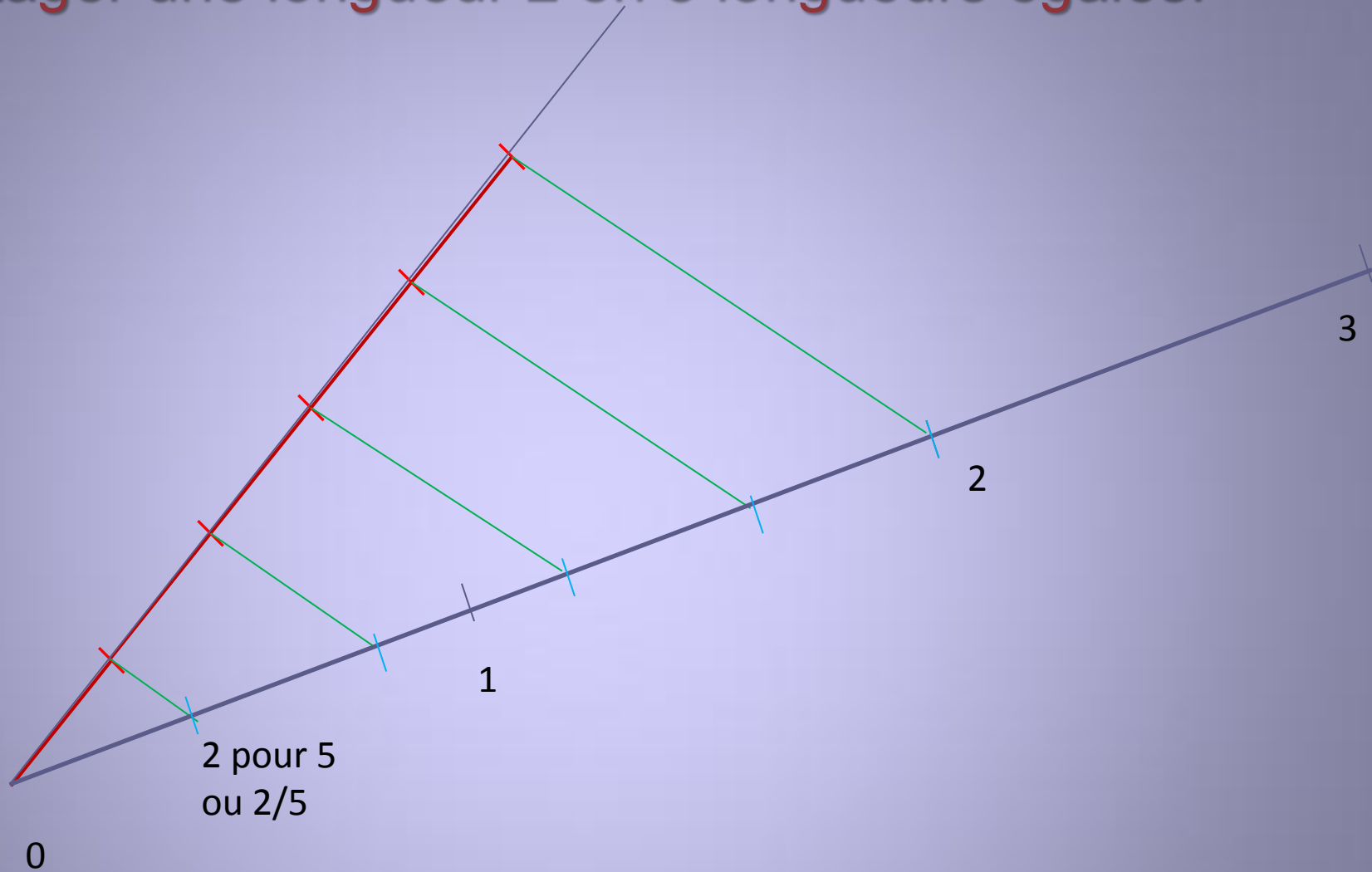
La notion de partage équitable est presque aussi vieille que le monde. On trouve les premiers codages associés dans certains systèmes de numérations antiques.

Un savoir faire ancien... partager un segment en 5 segments de même mesure



5 segments de même mesure

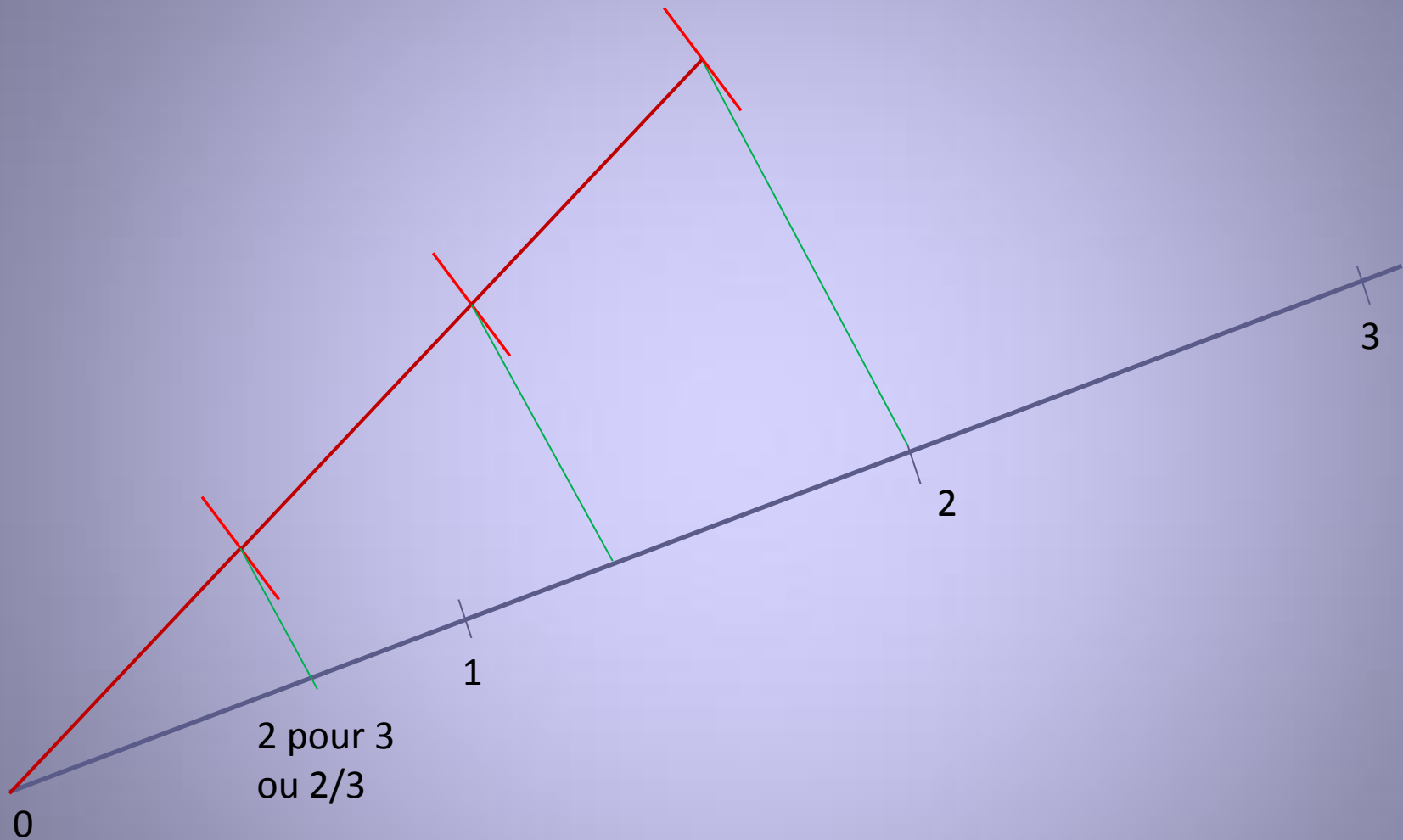
# Partager une longueur 2 en 5 longueurs égales.





- $2/5$  signifie à la fois la place d'un point de la droite et la longueur d'un segment.
- IL est naturel de vouloir identifier cette longueur à une écriture plus familière :
- Or  $2/5 = 4/10$  , par coïncidence expérimentale (deux machines à partager) et 0,4 par convention.
- Les **fractions partage** suffisent pour permettent de construire les décimaux.

# Certains partages ne se mesurent pas avec les décimaux



- $2/3$  signifie à la fois la place d'un point de la droite et la longueur d'un segment.
- Il est naturel de vouloir identifier cette longueur à une écriture plus familière :
- Mais ici, pas de décimal...(c'est une situation qui peut faire l'objet d'une découverte)
- **Au collège : recherche de la solution de l'équation** ( $3x=2$ ) nommée a priori  $2/3$  et qui montre que .....  
 $0,66 < 2/3 < 0,67$ ,  $0,666 < 2/3 < 0,667$ , etc.
- On n'y arrivera jamais ! Et pourtant ce point existe.
- On décide alors que  $2/3$  est solution de  $3x=2$ . On pressent que cela n'est pas un décimal.
- Les fractions deviennent des solutions d'équations **(fractions quotient)**.

- Le système babylonien (2000 ans av JC)  
de base soixante, fractions  $1/60$ ,  $1/3600$  etc.

Les fractions sexagésimales sont restées d'un usage fréquent notamment en astronomie jusqu'au 16ème siècle de notre ère

- le système hiéroglyphique (1900 ans av JC)  
égyptien de base dix, fractions de numérateur 1 :  
 $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/10$ , les fractions  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/32$ ,  
 $1/64$  et quelques fractions usuelles comme  $2/3$

$\frac{3}{4}$  s'écrivait  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

- En Europe (jusqu'au 17e siècle) ce sont surtout  
des fractions inférieures à 1 qui sont utilisées : on  
n'écrit pas  $44/3$  mais  $14 \frac{2}{3}$ . On parle de  
« nombres rompus ».

- Les fractions décimales sont reconnues comme facilitant les calculs
- D'où la recherche d'écritures fonctionnelles

952, Al Uqlididi, écriture  $\overline{2'35}$  pour 2,35

1427, Al Kachi , écriture  $3\textcolor{blue}{|}4$  pour 3,4

1579, Viète : écriture  $27^{356}$  pour  $27+356/100$ .

En 1585 : Stevin...

# L A D I S M E,

Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz,  
tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes.

*Premierement descrite en Flameng, et maintenant convertie en François,  
par SIMON STEVIN de Bruges.*



Le mathématicien Stevin  
de Bruges proposa d'écrire plus  
simplement les fractions décimales.

Par exemple, il écrit

$$1,24 \text{ pour } \frac{124}{100}$$

$$\text{car } \frac{124}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}.$$

Décidons d'écrire  $\frac{3}{10}$   $\frac{7}{100}$   $\frac{5}{1000}$

de la façon suivante :  $3^{①}$   $7^{②}$   $5^{③}$

c'est-à-dire 3 Primes 7 Secondes 5 Tierces.

Semblablement  $8^{①}$   $9^{①}$   $3^{②}$

valent  $8 \frac{9}{10} \frac{3}{100}$ , ensemble  $\frac{893}{100}$ .



# En fait, notations très diverses jusqu'à la révolution française.

Exemples pour le nombre 27,356

1592 Magini :	27.356
1616 Kepler :	27(356
1620 Bürg :	27 356
1630 Boulanger, 1702 Mallet:	27 3 5 6
1720 Reyneau :	27 356 <sup>111</sup>

La virgule serait due  
à l'écossais  
*John Neper* (1550-1617)





# La difficile adoption des écritures décimales et du système métrique

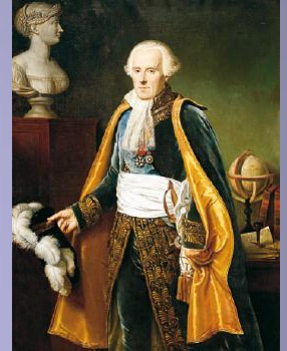
**1792** : Le système métrique est décrété par la convention nationale, présenté en 1795 (11 Floréal de l'an III) par Pierre Simon de Laplace, mathématicien et physicien

**1800, 1812** : décrets néfastes ré-autorisant l'emploi de mesures dites usuelles

**1840** : retour à l'usage exclusif des mesures métriques

**1870-1872, 1875** : Création de la commission puis du Bureau International des Poids et Mesures.

**fin du 19ème siècle**, l'école primaire obligatoire impose enfin à la population les nombres décimaux et le système métrique.



# **4-Notion d'obstacle**

# Définir la notion d'obstacle

*« C'est dans l'acte même de connaître intimement qu'apparaissent par une sorte de nécessité fonctionnelle des lenteurs et des troubles. La compréhension s'acquiert contre une connaissance antérieure en détruisant des connaissances mal faites »*

*Gaston Bachelard (1919 - Le nouvel Esprit scientifique)*

- Un obstacle se manifeste donc par des erreurs, mais ces erreurs ne sont pas dues au hasard.
- Ces erreurs sont reproductibles, persistantes.
- Elles sont liées entre elles par une source commune : une manière de connaître, une conception caractéristique, aberrante sinon correcte, une “connaissance” ancienne et qui a réussi dans un domaine d'actions »

# Obstacles

- 1 - On doit les considérer comme des connaissances
- 2 - Cette connaissance permet de produire des réponses adaptées à certains problèmes ou classes de problèmes
- 3 - Dans d'autres types de problèmes, elle conduit à des réponses erronées.
- 4 - Cette connaissance résiste à toute modification ou transformation et se manifeste de manière récurrente.
- 5 - Son rejet, dès lors qu'il est réalisé, peut aboutir à une connaissance

# Différents types d'obstacles

- Obstacles d'origine ontogénétique
- Obstacles d'origine épistémologique
- Obstacles d'origine didactique

## Des erreurs persistantes... signes d'obstacles

$E_1$ :  $4,2 \times 2,3 = 8,6$   
car 4 fois 2 font 8 et 2 fois 3 font 6

$5,8 + 2,3 = 7,11$   
car 5 et 2 font 7 et 8 et 3 font 11.

$E_2$ :  $3,2 < 3,13$ .  
car  $2 < 13$

$E_3$ : 1,23 et 1,230 sont des nombres différents.

$E_4$  : 2,63 et 2,64 sont des décimaux consécutifs car il n'y a pas de nombre entre 63 et 64.

$E_5$  :  $525 \times 0,3 > 525$  ou  $525 \times 0,3 = 157,5$   
car lorsque on multiplie, on obtient un nombre plus grand.

$E_6$  :  $15,6 \times 10 = 156$   
ou encore  $15,6 \times 10 = 156$   
car pour multiplier par 10, il suffit de placer un 0 à droite du (des) nombre(s).

# La réussite peut faire illusion...

Exemples:

1. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants:

4    5,677    3,15    3,14    5,5

2. Calculer

$3,58 + 105,34$

$54,75 - 23,56$

$49,2 \times 3$

3. Trouver un nombre entre 2,34 et 2,37



## Un petit exercice...

Essayons de ranger les « mots » suivants comme s'ils étaient dans un dictionnaire (les lettres étant 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) :

110    12    1005    2    10034    105    1026

- Liste initiale :

110    12    1005    2    10034    105    1026

- Ordre lexicographique :

10034    1005    1026    105    110    12    2

- Placez un zéro et une virgule devant chacun des nombres de la liste initiale :

0,110    0,12    0,1005    0,2    0,10034    0,105    0,1026

- Rangez cette liste en ordre croissant :

0,10034    0,1005    0,1026    0,105    0,110    0,12    0,2

**L'ordre des décimaux est le même que celui du dictionnaire : il s'agit donc d'une rupture.**



# **PARTIE 2**

## **En classe**

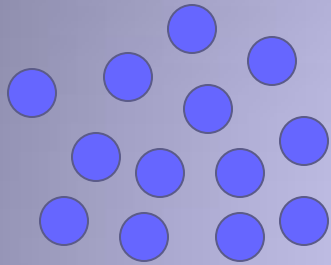
**Pour une culture de la droite  
numérique**

De la piste des nombres ....

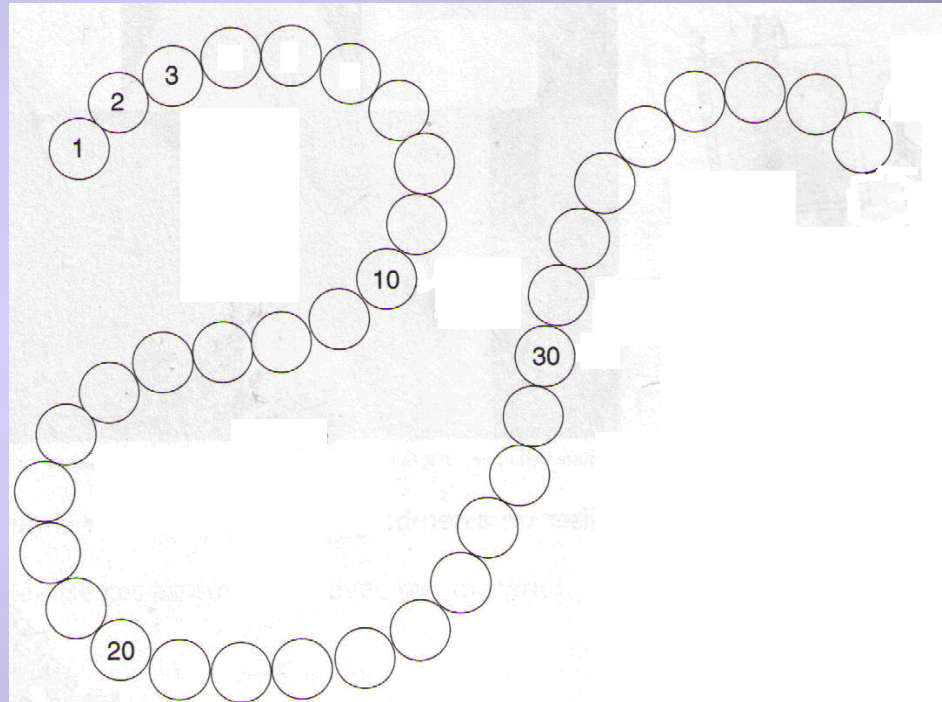
à la droite numérique :

# au CP : lien entre cardinal et ordinal

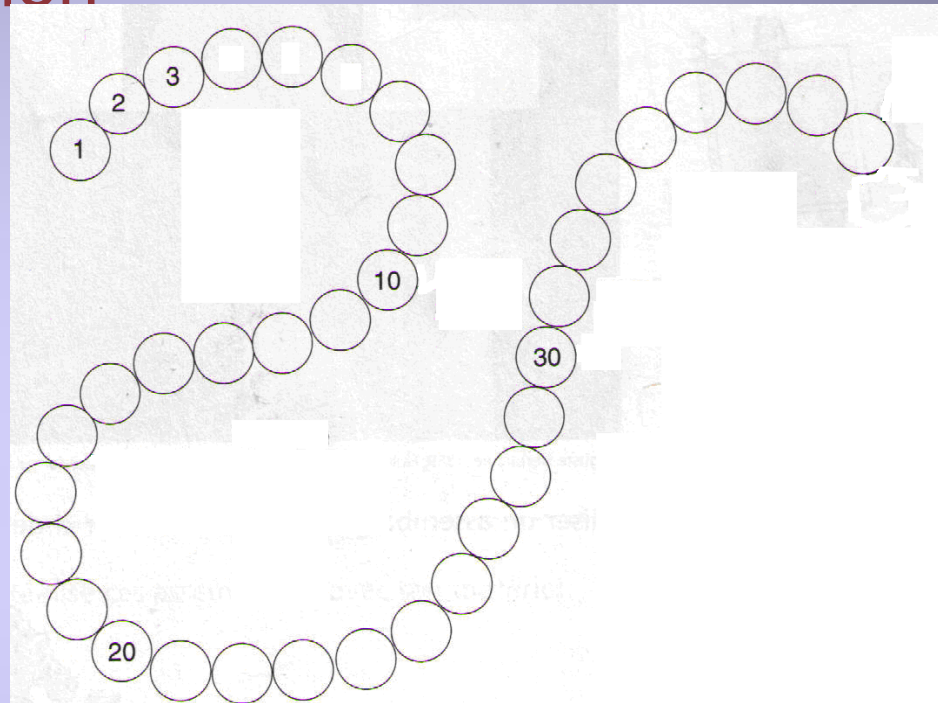
## Ordre et comparaison



En partant de la première case et en posant un cailloux sur chaque case, sur quelle case arrive-t-on?



# Addition soustraction



Je suis sur la case 23

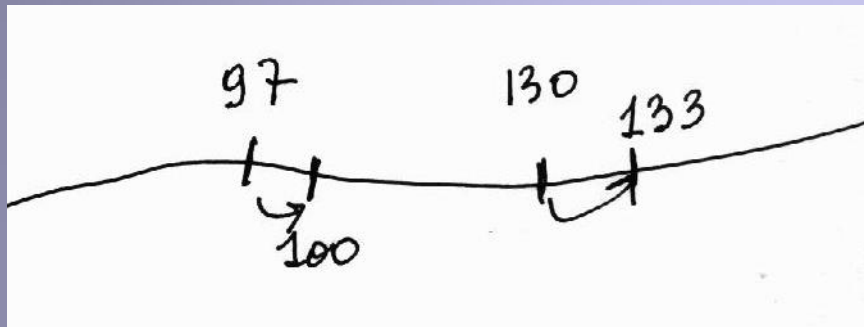
Si j'avance de 8 cases sur quelle case vais-je arriver?

Si je recule de 4 cases sur quelle case vais-je arriver?

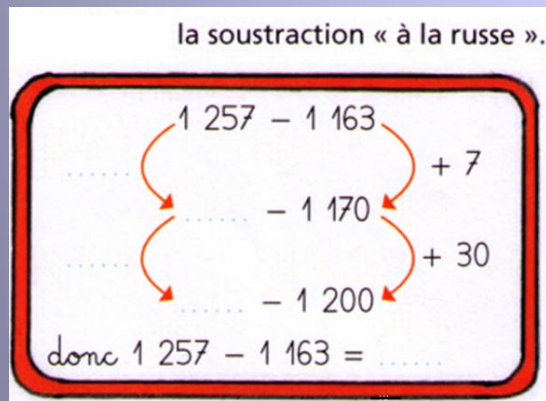
$$23+8=$$

$$23-4=$$

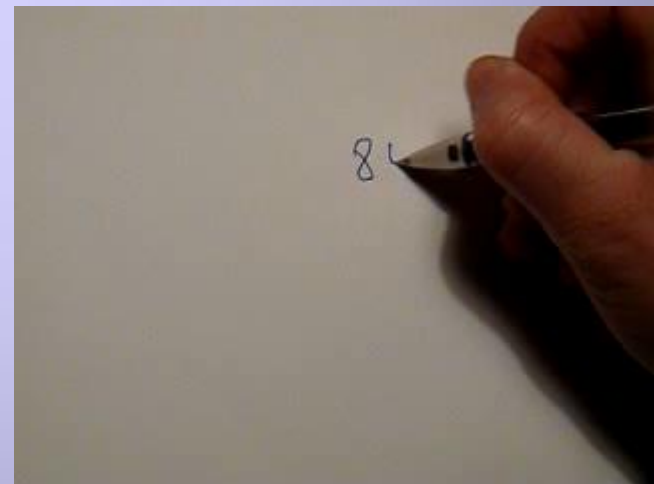
# Au CE : élaborer une technique qui se fonde sur des propriétés mathématiques fondamentales



$$\begin{array}{r}
 130 - 97 \\
 +3 \downarrow \quad \quad \quad \downarrow +3 \\
 133 \quad \quad \quad 100 \\
 \text{donc } 130 - 97 = 33
 \end{array}$$



La soustraction à la russe

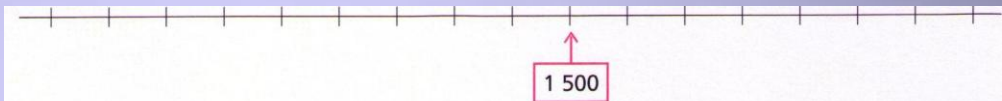
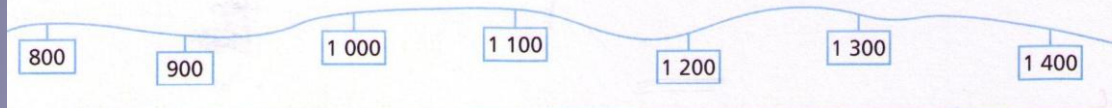


Puis la technique définitive



# File et droite numérique sont donc des représentations à construire

Sur la ligne, place les nombres : 1 162 1 058 1 381 978 1 257.

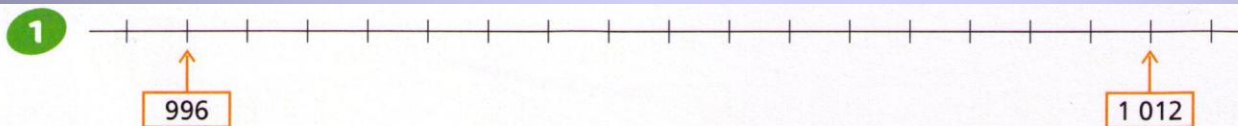


Cette droite est graduée de 100 en 100.

Parmi les nombres : 900 1 050 1 250 775 2 100 1 825  
quels sont ceux qui sont exactement sur un trait de graduation ?

Souligne-les et place-les sur la droite.

Place ensuite les autres nombres entre les graduations, avec un point vert.



a. Complète : la droite est graduée de ..... en .....  
Place le nombre 1 000 sur cette droite.

b.

Mon nombre est à  
égale distance  
de 996 et de 1 012.



Le mien est entre  
1 000 et 1 010 et  
il se termine par 7.

Exemple de double appui :  $1012 - 996 = 16$  ; la moitié c'est 8 donc  $996 + 8 = 1004$



# Multiplication division

1



**a.** Reproduis cette droite graduée de 3 en 3.

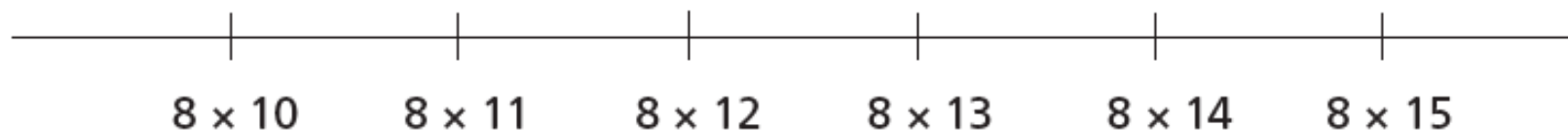
Sous chaque graduation, complète avec un nombre et un produit.

**b.** Place approximativement le nombre 41 sur cette droite.

**c.** Encadre 41 par deux multiples consécutifs de 3 :  $3 \times \dots < 41 < 3 \times \dots$

# Un support pour construire des procédures de calcul

- Continue le travail de Leïla pour trouver l'encadrement de 100 entre deux multiples consécutifs de 8, et place 100 sur la droite.



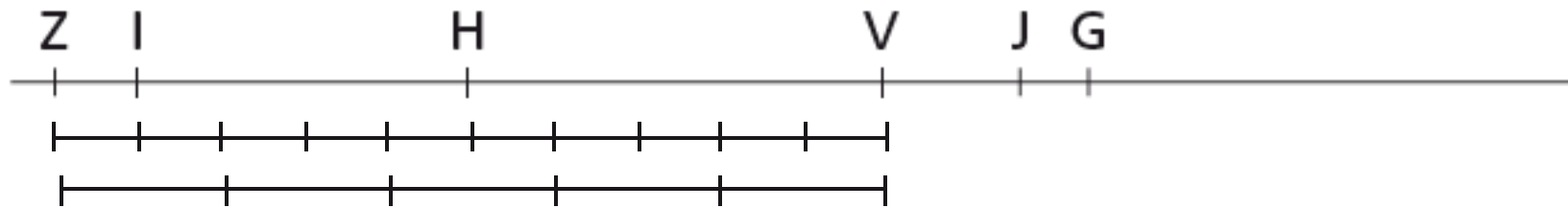
- Complète :  $100 = (8 \times \dots) + \dots$   
Théo a rempli ... sachets et il reste ... truffe(s).

Tu viens de faire la division de 100 par 8.  
100 est le dividende et 8 est le diviseur.  
 $100 = (8 \times 12) + 4$  est l'écriture en ligne de la division.



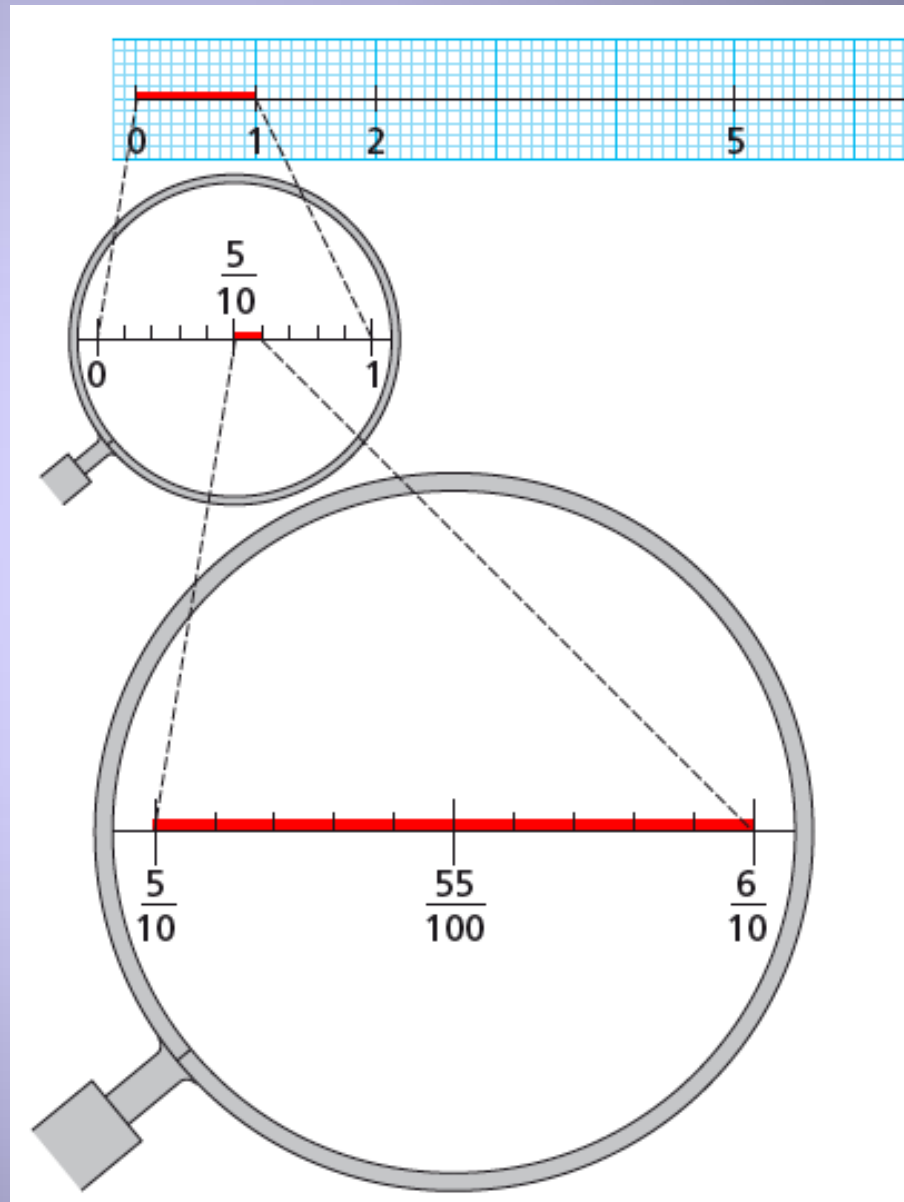
# Les fractions et les fractions décimales

**a.** Donne la position des points G, H, I et J sur la droite.



**b.** Sur cette droite place les fractions :  $\frac{1}{5}$   $\frac{3}{2}$   $\frac{15}{10}$   $\frac{7}{10}$

# La densité des décimaux



# **PARTIE 3**

**Comment introduire ces  
« nouveaux nombres »?**

# Les objectifs à atteindre

- Prendre conscience de l'insuffisance des entiers pour résoudre certains problèmes
- Envisager de nouveaux nombres pour résoudre ces problèmes
- Faire le lien entre ces nombres et les entiers
- Prolonger à ces nombres l'ordre des entiers
- Concevoir qu'entre ces nouveaux nombres, on peut toujours en intercaler un autre
- Prolonger à ces nouveaux nombres les opérations
- Utiliser ces nouveaux nombres dans des situations d'approximation notamment dans le cadre de la mesure des grandeurs
- Utiliser ces nouveaux nombres dans des problèmes variés

## Des points d'appui

- La construction de fractions simples et surtout de fractions décimales est justifiée par le fait qu'elle est utile à une compréhension correcte des nombres décimaux

$$12 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} = 12,54$$

- Pour les fractions décimales, le passage à l'écriture à virgule est une simple convention
- Ce sont les fractions décimales qui permettent de travailler la signification des chiffres qui composent la partie décimale d'un décimal

# Décisions

- Les fractions et les décimaux doivent apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les entiers ne permettaient pas de résoudre :
  - Problèmes de partage
  - Problèmes de mesures de longueur et d'aire
  - Problèmes de repérage d'un point sur une droite



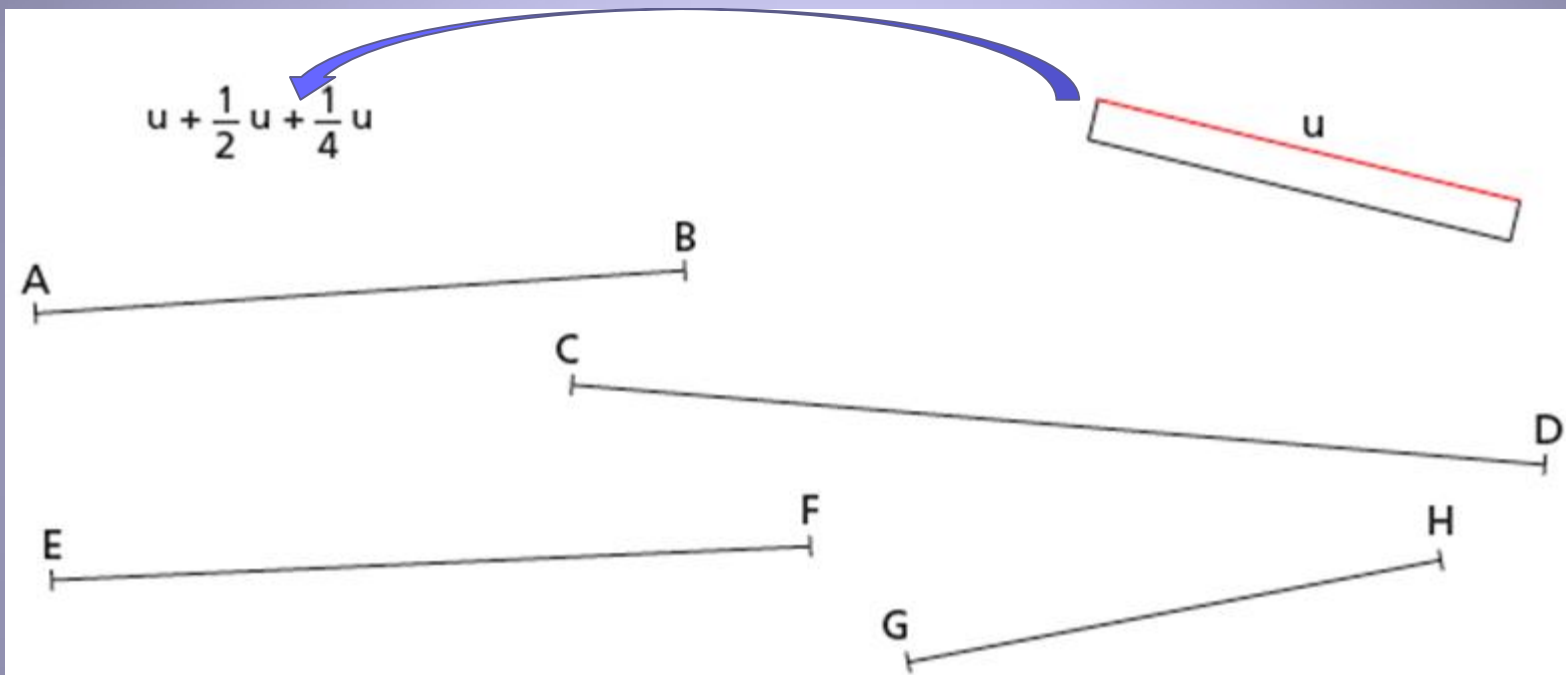
## Premier temps

- Evocation de situations quotidiennes dans lesquelles les fractions sont utilisées
- Prise de conscience de l'insuffisance des entiers :

Situation de communication autour de la construction d'un segment de même longueur. Une bande unité commune. Elle sera utilisée par pliage.

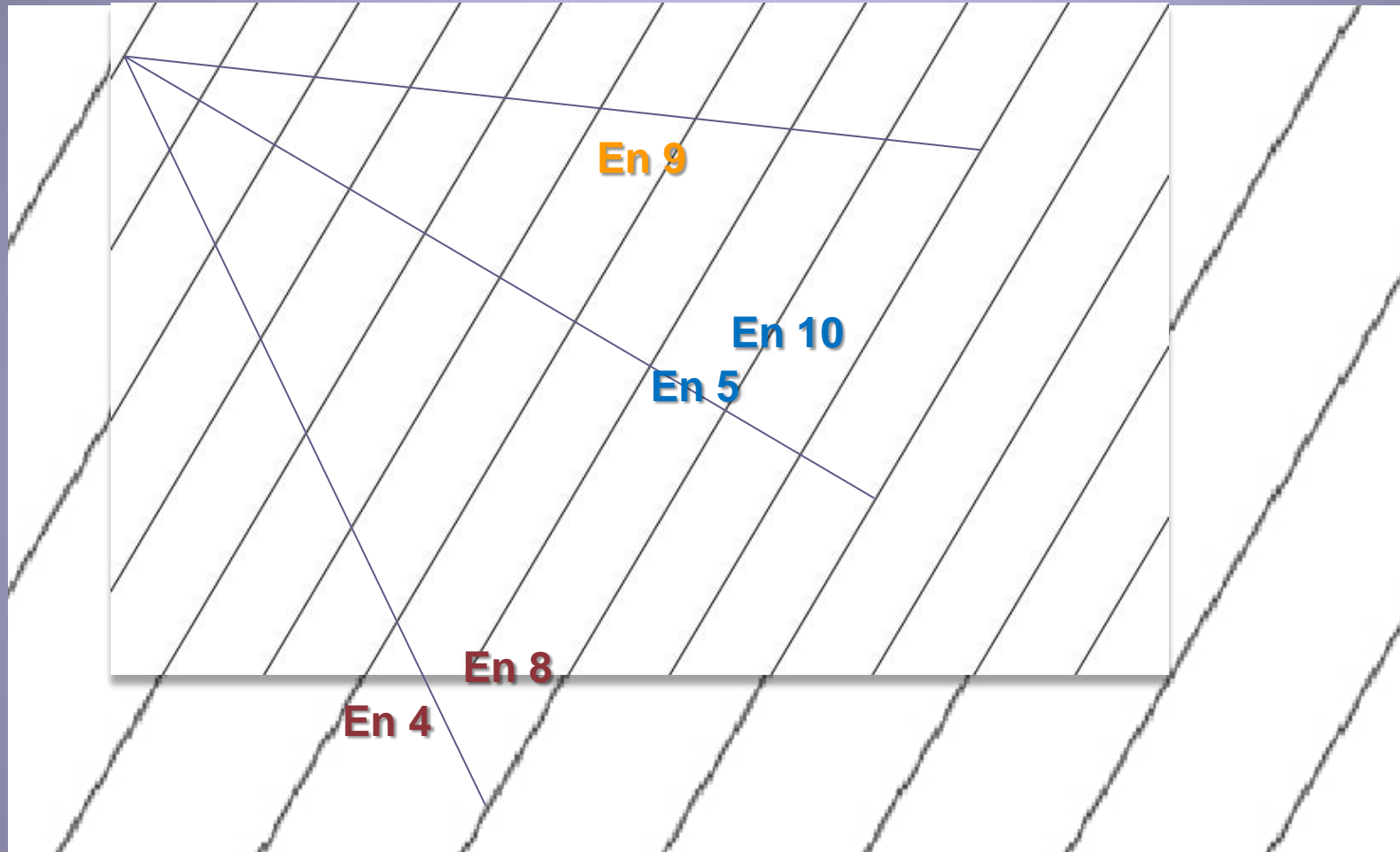
A photograph of a piece of lined paper with handwritten text in cursive. The text reads: 'une unité - une unité pliée en 3 + un tout petit peu.' The words 'unité' and 'petit' are underlined. There is a small blue mark above the second 'unité' and a small blue mark under 'petit'.

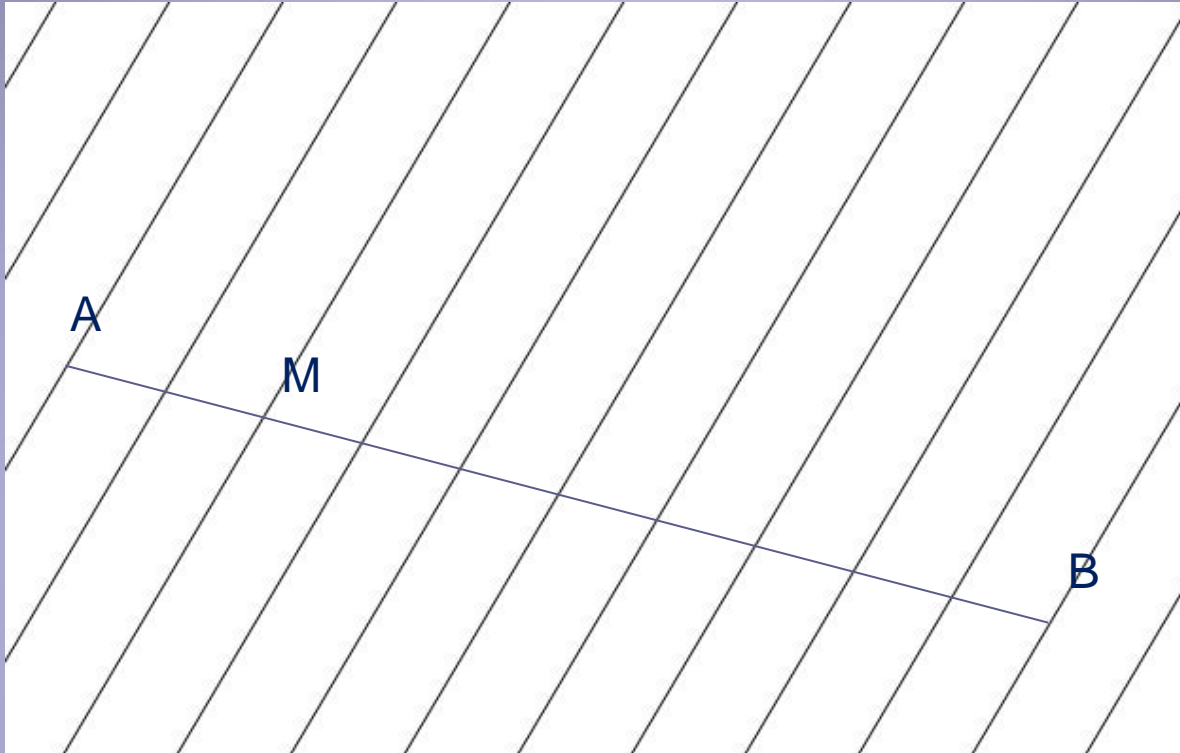
une unité - une  
unité pliée en 3 +  
un tout petit peu.



# Deuxième temps : « machine à partager »

ensemble de fractions plus riche, notamment en fractions décimales



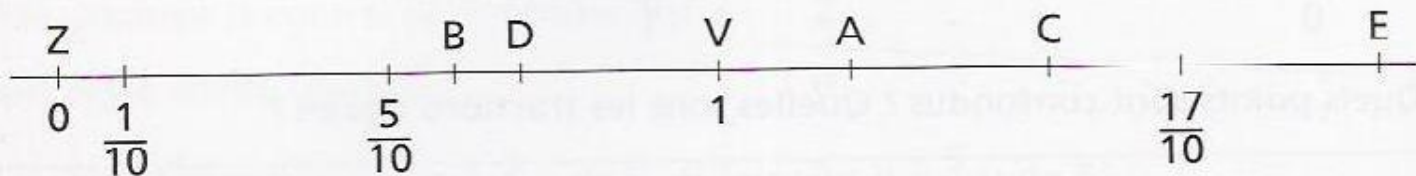


- «  $M$  est à 2 de  $A$  avec 10 entre  $A$  et  $B$  »
- «  $M$  est à 2 de  $A$  et à 8 de  $B$  »

## Troisième temps

- Utilisation des fractions pour graduer la droite numérique

a. Reproduis cette droite et continue à la graduer en dixièmes.



b. Indique la position des points A, B, C, D, E.

c. Place le point F à  $\frac{9}{10}$  u de Z, le point G à  $\frac{21}{10}$  u de Z, et le point H à  $\frac{16}{10}$  u de Z.

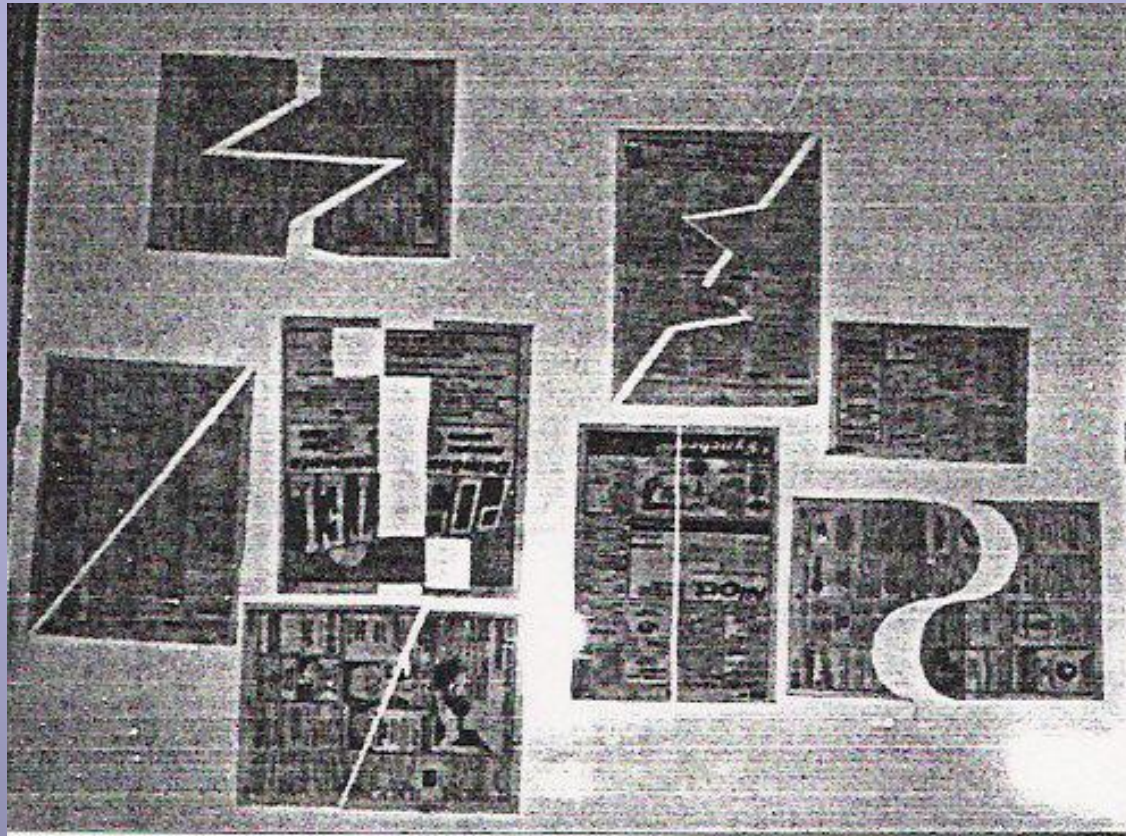
Plusieurs fractions désignent le même point de la droite

Les fractions sont des nombres... puisque l'on peut les comparer, les additionner, les soustraire...



## Quatrième temps

Les fractions permettent aussi d'exprimer la mesure de l'aire de figures planes dès lors que l'on a choisi une aire unité

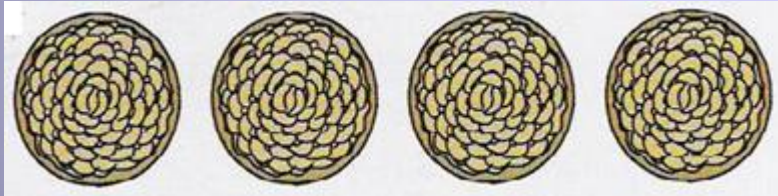


## Cinquième temps

- Lien avec la division

Une fraction supérieure à 1 peut être envisagée de deux façons

Partager 4 tartes pour trois personnes...



$$\frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$$

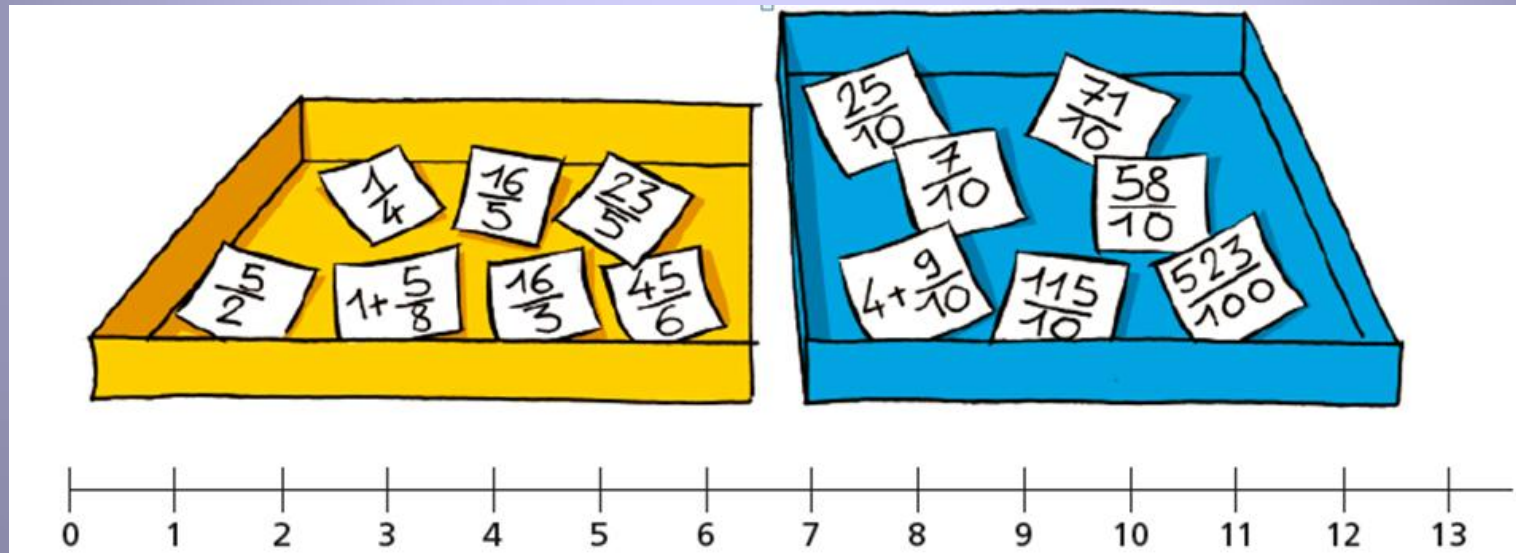
$$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

# Sixième temps

- Les fractions décimales

... Et pourquoi elles?

Construire une situation qui permette de découvrir l'intérêt des fractions décimales : par exemple, demander de choisir dans quelle boîte prendre les nombres pour que cela soit facile de les placer sur la droite.





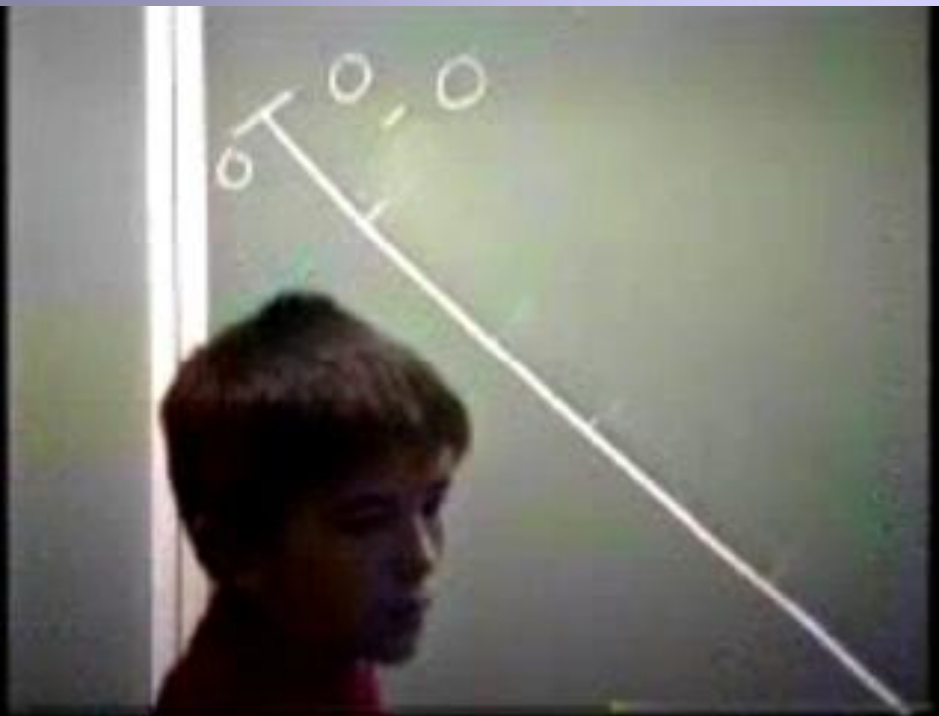
## Septième temps : les nombres décimaux : écritures chiffrées des fractions décimales (Stevin)

$$12 + \frac{5}{10} + \frac{4}{100} = 12,54$$



# Huitième temps : l'ordre dans les décimaux

Le travail sur la droite numérique révèle des difficultés et connaissances erronées



## Neuvième temps : l'addition des nombres décimaux ; problèmes

$$1,45 = 1 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$$

$$2,7 = 2 + \frac{7}{10}$$



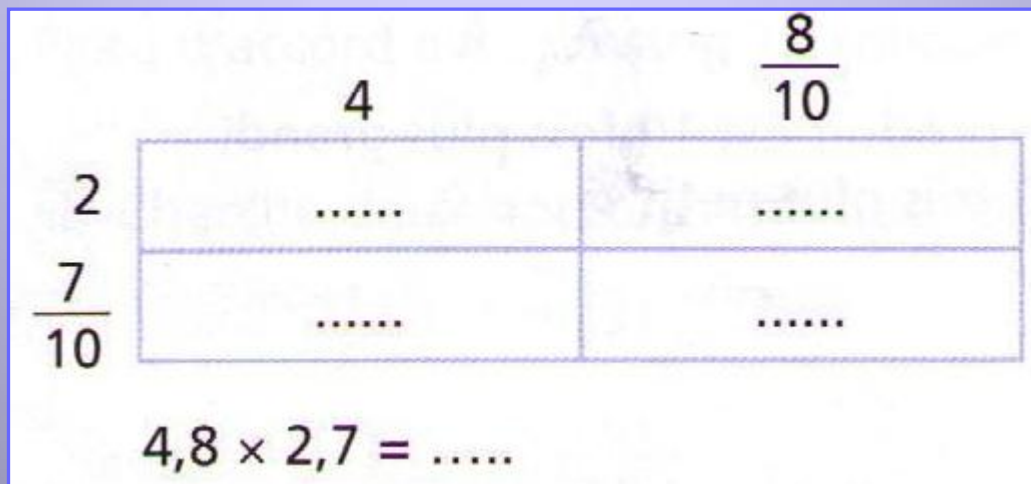
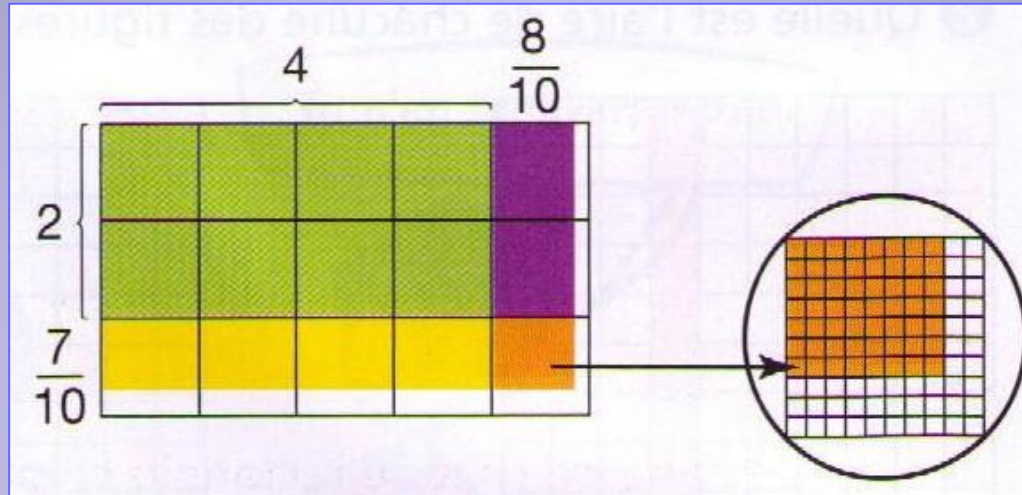
$$\begin{array}{r} 1,45 \\ + 2,7 \\ \hline \end{array}$$

# Le cas du produit d'un décimal par un entier, tout va bien

## Comparer des procédures...

$  \begin{array}{r}  2,35 \\  + 2,35 \\  + 2,35 \\  + 2,35 \\  \hline  \dots\dots\dots  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  2,35 \\  \times \quad 4 \\  \hline  \dots\dots\dots \leftarrow 4 \times 0,05 \\  \dots\dots\dots \leftarrow 4 \times 0,3 \\  \dots\dots\dots \leftarrow 4 \times 2 \\  \hline  \dots\dots\dots \leftarrow 2,35 \times 4  \end{array}  $						
<div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="margin-right: 10px; color: red; font-weight: bold;">4</div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><div style="color: red; font-weight: bold;">2</div></td> <td style="padding: 5px;"><div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{3}{10}</math></div></td> <td style="padding: 5px;"><div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{5}{100}</math></div></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>4 \times 2 = \dots</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>4 \times \frac{3}{10} = \dots</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>4 \times \frac{5}{100} = \dots</math></td> </tr> </table> </div> $2,35 \times 4 = \dots$	<div style="color: red; font-weight: bold;">2</div>	<div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{3}{10}</math></div>	<div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{5}{100}</math></div>	$4 \times 2 = \dots$	$4 \times \frac{3}{10} = \dots$	$4 \times \frac{5}{100} = \dots$	$  \begin{array}{r}  2,35 \\  \times \quad 4 \\  \hline  \dots\dots\dots  \end{array}  $
<div style="color: red; font-weight: bold;">2</div>	<div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{3}{10}</math></div>	<div style="color: red; font-weight: bold;"><math>\frac{5}{100}</math></div>					
$4 \times 2 = \dots$	$4 \times \frac{3}{10} = \dots$	$4 \times \frac{5}{100} = \dots$					

# Produit de deux nombres décimaux : un saut « énorme »...



**Qui serait raisonnable d'effectuer en 6°...**

# La division décimale avec quotient décimal

Moi, je pose la division de 4,25 par 3.  
Quand je retranche 3 au dividende, il reste 1,25.  
Je cherche par combien de dixièmes je dois multiplier 3 pour approcher 1,25, je trouve 4 dixièmes car  $3 \times 0,4 = 1,2$ .  
Puis je retranche 1,2 à 1,25 je trouve 0,05 et je continue en cherchant par combien de centièmes je dois multiplier 3 pour approcher 0,05.

4, 2 5		3
- 3		<hr/> 1, 4
<hr/> 1, 2 5		
- 1, 2		
<hr/> 0, 0 5		

**Qui serait raisonnable d'effectuer en 6°...**



# Complément : Planning CM1-CM2 possible pour fractions-décimaux

- **Fractions au quotidien** : évoquer les situations quotidiennes dans lesquelles les fractions sont utilisées : vocabulaire : moitié, quart, etc.
- **Fraction partage de longueurs (pliages simples)** : codage fractionnaire lors du partage d'une unité » de longueur par pliage. Utiliser le codage pour résoudre un problème de mesurage.
- **Fraction : machine à partager** : Découvrir et utiliser un dispositif simple permettant le partage équitable d'un segment : se familiariser avec les dixièmes
- **Fractions et graduations (deux séquences)** : faire le lien entre la position d'un point sur une droite graduée et sa distance à l'origine. Utiliser les fractions pour coder des longueurs et des positions de points. Donner du sens à l'addition de fractions
- **Fraction et partages d'aires (deux ou trois séquences)** : mesurer l'aire de différentes surfaces à l'aide de fractions par report ou partage d'une surface dont l'aire est choisie pour unité. Envisager des situations pour avoir l'écriture  $1 +$  une fraction inférieure à l'unité
- **Encadrer les fractions par des entiers** : encadrer une fraction par deux entiers consécutifs : constater que c'est très facile pour les fractions de dénominateur 10 100...
- **Fractions décimales** : comprendre que l'unité peut être partagée en dix, cent, mille. Travailler les propriétés spécifiques des fractions décimales.
- **Fractions décimales et addition** : se familiariser avec l'addition des fractions décimales
- **Fractions décimales et nombres décimaux** : se familiariser avec la convention d'écriture des nombres décimaux
- **Comparer des nombres décimaux** : mettre en place des procédures personnelles de comparaison des nombres décimaux
- **Nombres décimaux et mesures de longueur** : utiliser des nombres décimaux pour exprimer des mesures de longueurs
- **Addition et soustraction des nombres décimaux** : étendre l'addition de deux nombres entiers à celle des nombres décimaux en s'appuyant sur l'approche faite des fractions décimales. Mettre en œuvre des méthodes de calcul réfléchi pour résoudre des problèmes soustractifs.
- **Problèmes d'application**
- **Multiplication d'un décimal par un entier**
- **Multiplication de deux décimaux**
- **Division décimale avec quotient décimal**